

Grupa A - Pismeni ispit iz Matematike, 09.07.2014.

Pravila: Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom, obratiti pažnju na matematičku pismenost

1. Vektor $v \in \mathbb{R}$ u odnosu na bazu $\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}$ ima koordinate $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix}$.
Odrediti koordinate vektora v u odnosu na bazu $\mathcal{B}' = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \right\}$.

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik

$$y = \frac{3x^2 - 1}{x + 1}.$$

3. Izračunati površinu ravne figure koja je ograničena krivom $y^2 - 2x - 1 = 0$ pravom $y = ax + b$ koja prolazi kroz tačke $A(1; 1)$ i $B(\frac{1}{4}; -\frac{1}{2})$.

4. Rješiti diferencijalnu jednačinu $\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x$.

Grupa B - Pismeni ispit iz Matematike, 09.07.2014.

Pravila: Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom, obratiti pažnju na matematičku pismenost

1. Vektor $v \in \mathbb{R}$ u odnosu na bazu $\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$ ima koordinate $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$.
Odrediti koordinate vektora v u odnosu na bazu $\mathcal{B}' = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$.

$$y = \ln \frac{2 - x^2}{x^2}.$$

3. Izračunati površinu ravne figure koja je ograničena krivom $y^2 - 2x - 1 = 0$ i pravom $y = ax + b$ koja prolazi kroz tačke $A(3; 2)$ i $B(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$.

4. Rješiti diferencijalnu jednačinu $x \frac{dy}{dx} = y + x^3 + 3x^2 - 2x$.

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik

Grupa C - Pismeni ispit iz Matematike, 09.07.2014.

Pravila: Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom, obratiti pažnju na matematičku pismenost

1. Vektor $v \in \mathbb{R}$ u odnosu na bazu $\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ ima koordinate $\begin{bmatrix} 7 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}$.
Odrediti koordinate vektora v u odnosu na bazu $\mathcal{B}' = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$.

$$y = \frac{e^{2x}}{e^{2x} - e^{-x}}.$$

3. Izračunati površinu ravne figure ograničene parabolom $y = ax^2 + bx$ koja sadrži tačke $A(-3; -3)$ i $B(-1; -3)$ i pravom $x = y - 4$.

4. Rješiti diferencijalnu jednačinu $(x - 2) \frac{dy}{dx} = y + 2(x - 2)^3$.

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik

Grupa D - Pismeni ispit iz Matematike, 09.07.2014.

Pravila: Ispit pisati isključivo hemiskom olovkom, obratiti pažnju na matematičku pismenost

1. Vektor $v \in \mathbb{R}$ u odnosu na bazu $\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$ ima koordinate $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$.
Odrediti koordinate vektora v u odnosu na bazu $\mathcal{B}' = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$.

$$y = \ln \frac{2 - x^2}{x^2}.$$

3. Izračunati površinu ravne figure koja je ograničena krivom $y^2 - 2x - 1 = 0$ i pravom $y = ax + b$ koja prolazi kroz tačke $A(3; 2)$ i $B(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2})$.

4. Rješiti diferencijalnu jednačinu $x \frac{dy}{dx} = y + x^3 + 3x^2 - 2x$.

2. Ispitati funkciju i nacrtati njen grafik

Zadaci su skinuti sa stranice ff.unze.ba/nabokov.
Za uočene greške pisati na infoarrt@gmail.com

Ispitati f-ju i nacrtati njen grafik

$$y = \frac{e^{2x}}{e^{2x} - e^{-x}}$$

f. DEFINICIONO PODRUČJE

$$D: x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

PARNOST (NEPARNOST), PERIODIČNOST

f-ja nije ni parna ni neparna
f-ja nije periodična

NULE, PRESJEK SA Y-OSOM, ZNAK

f-ja nema nule
f-ja ne siječe y-osu

x	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
Y	-	+

znak
f-je

RAST I OPADANJE

$$Y' = (-3) \frac{e^x}{(e^{2x} - e^{-x})^2}$$

x	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$	znak rasta i opadanja Y=1
Y'	-	-	
Y	→	→	

PONAŠANJE NA KRAJEVIMA
INTERVALA DEFINISANOSTI I
ASIMPTOTE F-JE

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$$

$\Rightarrow x=0$ je $\forall A_0$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y=0 \text{ je } H_0 A_0 \text{ (kod } x \rightarrow -\infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y=1 \text{ je } H_0 A_0 \text{ (kod } x \rightarrow +\infty)$$

f-ja nema koje asimptote
Pozrije ovog koraka počnemo skicirati
graf f-je

EKSTREMI F-JE

F-ja nema ekstrema

PREVOJNE TAČKE

I INTERVALI KONV-
KSNOSTI I KONKAVNOSTI

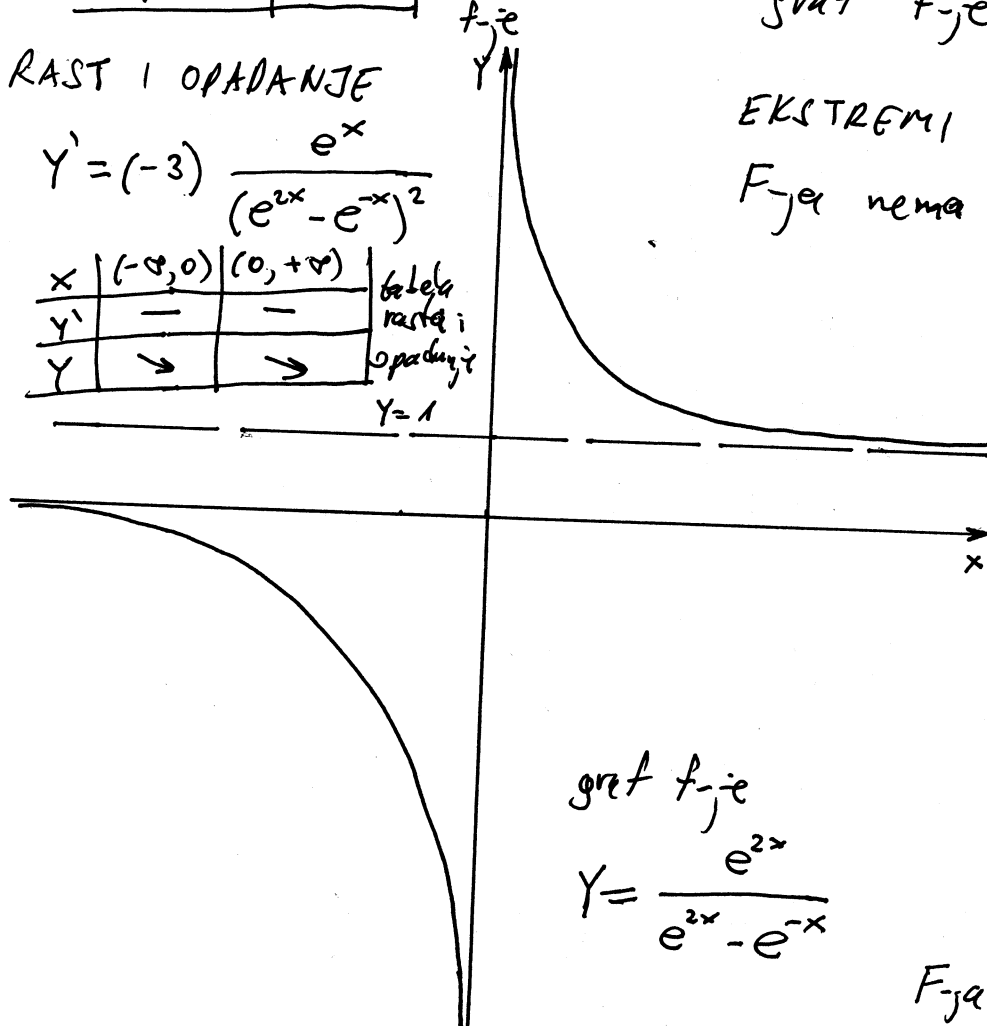
$$Y'' = 9 \frac{e^{3x} + 1}{(e^{2x} - e^{-x})^3}$$

x	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$	intervali konv. i konkavn.
Y''	-	+	
Y	∩	∪	

graf f-je

$$Y = \frac{e^{2x}}{e^{2x} - e^{-x}}$$

F-ja nema prevojnih tački



Ⓝ Izračunati površinu ravne figure ograničene parabolom $y = ax^2 + bx$ koja sadrži tačke $A(-3; -3)$ i $B(-1; -3)$ i pravom $x = y - 4$.

Rj. Odredimo prvo brojeve a i b iz jednačine parabole

$$A(-3; -3) \Rightarrow -3 = 9a - 3b \quad | : (-3)$$

$$B(-1; -3) \Rightarrow -3 = a - b$$

$$\begin{array}{r} -3a + b = 1 \\ + \quad a - b = -3 \\ \hline -2a = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -2a = -2 \quad b = a + 3 \\ a = 1 \quad b = 4 \end{array}$$

Data parabola ima jednačinu

$$y = x^2 + 4x$$

Odredimo presječne tačke date parabole i prave

$$y = x + 4$$

$$y = x^2 + 4x$$

$$x^2 + 4x = x + 4$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x-1)(x+4) = 0$$

$$P = \int_{-4}^1 [(x+4) - (x^2+4x)] dx =$$

$$= \int_{-4}^1 (-x^2 - 3x + 4) dx =$$

$$= \dots = \frac{125}{6}$$

traženu površinu

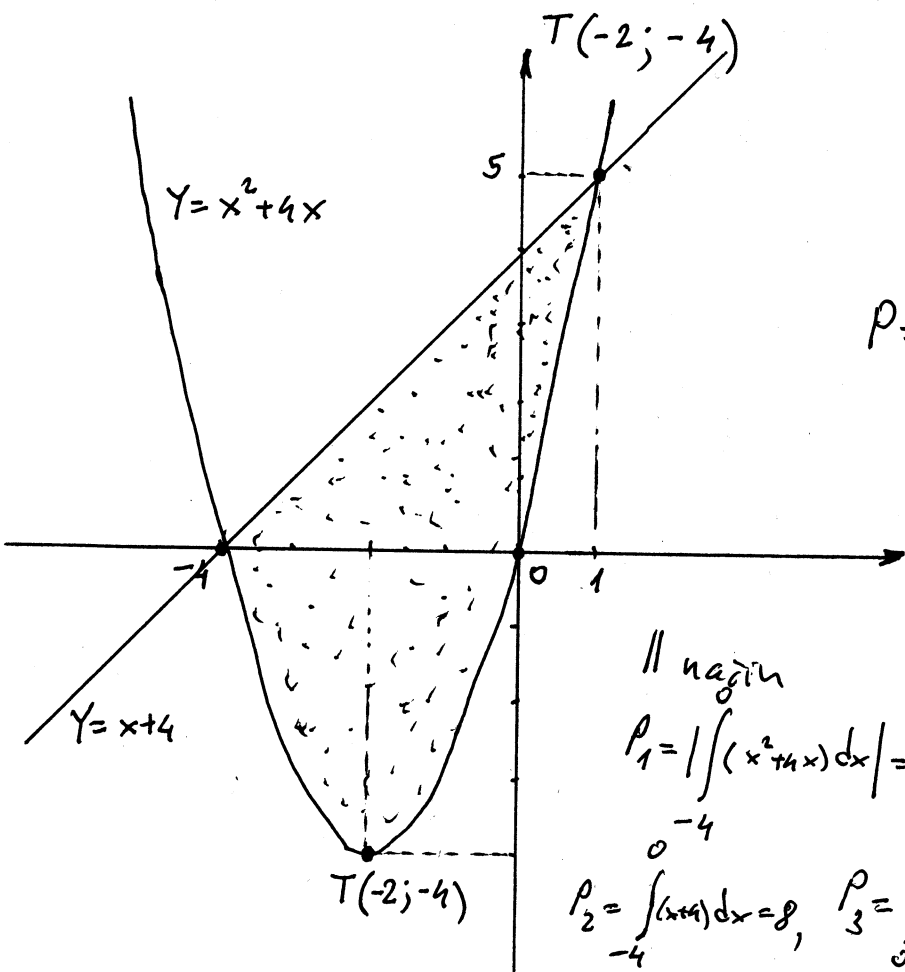
$$x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 5$$

$$x_2 = -4 \Rightarrow y_2 = 0$$

$$y = x^2 + 4x = x(x+4)$$

$$y' = 2x + 4$$

$$T(-2; -4)$$



|| način

$$P_1 = \left| \int_{-4}^1 (x^2 + 4x) dx \right| = \frac{32}{3}$$

$$P_2 = \int_{-4}^1 (x+4) dx = 8, \quad P_3 = \int_{-4}^1 [(x+4) - (x^2+4x)] dx = \frac{13}{6}$$

Ⓝ Rješiti diferencijalnu jednačinu

$$(x-2) \frac{dy}{dx} = y + 2(x-2)^3$$

Rj.

$$(x-2)y' - y = 2(x-2)^3 \quad /:(x-2)$$

$$y' - \frac{1}{x-2} y = 2(x-2)^2$$

ovo je linearna diferencijalna jednačina

$$y = uv$$

$$y' = u'v + uv'$$

$$u'v + uv' - \frac{1}{x-2} uv = 2(x-2)^2$$

$$u'v + u\left(v' - \frac{v}{x-2}\right) = 2(x-2)^2$$

$$(a) \quad v' - \frac{v}{x-2} = 0$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{v}{x-2}$$

$$\frac{dv}{v} = \frac{dx}{x-2}$$

$$\ln v = \ln(x-2)$$

$$v = x-2$$

$$(b) \quad u' \cdot (x-2) = 2(x-2)^2 \quad /:(x-2)$$

$$\frac{du}{dx} = 2(x-2)$$

$$du = \frac{2(x-2) dx}{2(x-2) d(x-2)}$$

$$u = (x-2)^2 + C$$

Opšte rješenje diferencijalne jednačine je

$$y = (x-2)^3 + C(x-2)$$